30 Exercices SE

Exercice I

Le chiffre d'affaires d'une entreprise E, exprimé en milliards de L.L, au cours des six dernières années est donné par le tableau suivant :

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i	3,12	3,23	3,65	4,28	4,54	4,76

1) Représenter le nuage des points (x_i ;y_i) associé au tableau statistique précédent dans un repère orthogonal.
2) Le point moyen du nuage est noté G. Calculer les coordonnées de G et placer ce point sur le graphique.
3) Ecrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
4) Quelle estimation du chiffre d'affaires de cette entreprise peut-on donner pour les années 2016 et 2017 ?
5) Une entreprise F a le même chiffre d'affaires en 2010 que l'entreprise précédente E, mais ce chiffre d'affaires augmente de 9,1 % chaque année.
   a- Justifier que le chiffre d'affaires de l'année (2010+n) est U_n=3,12 $\times(1.091)^n$.
   b- Calculer le chiffre d'affaires de l'entreprise F pour les années 2016 et 2017.

Exercice II

Un magasin de téléphonie vend deux types de téléphones :

- Des téléphones standards
- Des téléphones miniatures

Il propose aussi deux types d'abonnements mensuels :

- L'abonnement 1h
- L'abonnement 2h30

Le service marketing effectue une enquête sur un échantillon de 2000 clients ayant acheté dans ce magasin, pendant l'année en cours, un téléphone et un seul de l'un des types vendus et ayant opté pour un seul des abonnements proposés.
Sur les 2000 clients interrogés, 1200 ont acheté le modèle standard, et 960 ont choisi l'abonnement 1h.
Un client est pris au hasard dans l'échantillon. On note les événements :

- S : « le client a acheté le modèle standard »

- M : « le client a acheté le modèle miniature »
- A_1 : « le client a choisi l'abonnement 1h »
- A_2 : « le client a choisi l'abonnement 2h30 »

1) Déterminer $P(S)$; $P(M)$ et $P(A_1)$.
2) a- Parmi les clients qui ont acheté le modèle standard, 32% ont choisi l'abonnement A_1. Traduire cette donnée en termes de probabilité.
   b- En déduire la probabilité d'avoir acheté le modèle standard et d'avoir opté pour l'abonnement A_1. .
   c- Justifier que la probabilité d'avoir choisi le modèle miniature et l'abonnement A_1 est égale à 0,288.

Exercice III

Un artisan qui fabrique des petits meubles fait une étude sur une production comprise entre 0 et 60 objets. Le coût de production, en mille L.L., de x meubles fabriqués est donné par : $C(x) = x^2 + 50x + 900$ pour tout $x \in [0; 60]$.

1) a- Calculer $C(0)$; en déduire les frais fixes de l'artisan.
   b- Quel est le coût de production de 30 meubles ?
   c- Quel est le coût de production par meuble, lorsque l'artisan fabrique 30 meubles ?
   d- Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen pour x meubles fabriqués. Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour $x \neq 0$. Déduire $f(30)$.

2) Soit $f(x) = x + 50 + \frac{900}{x}$ sur l'intervalle $]0;\ 60]$.
   a- Vérifier que $f'(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.
   b- Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]0;\ 60]$.
   c- Tracer la courbe représentative (C) de f dans le plan muni d'un repère orthogonal

3) Quel nombre de meubles doit fabriquer l'artisan pour que le coût unitaire moyen soit minimal ? Indiquer ce coût.

4) Chaque meuble est vendu à 115 mille L.L.
   a- Construire la droite (D) d'équation $y = 115$ sur le même graphique de (C).

b- Déterminer les coordonnées des points d'intersections de la courbe (C) et la droite (D). En déduire l'intervalle de production pour lequel l'artisan réalise un bénéfice.

c- Exprimer en fonction de x, la recette $R(x)$ produite par la vente de x meubles.

d- Déduire l'expression du bénéfice réalisé par la vente de x meubles.

e- Calculer $B(20)$, $B(30)$ et $B(45)$. Les résultats sont-ils en accord avec les conclusions de la question 4) b -?

Exercice IV

Une créance de nominal 1000 € au 1er juin sera payée par traite le 31 août.
Taux d'intérêt : 12 % par an.
Calculer le montant de la traite à créer.

Exercice V

Le 1er janvier suivant la date de sa naissance, les grands parents de Samir lui ouvrent un livret d'épargne et déposent un capital de 100 mille LL. Ils déposent ensuite 100 mille L.L sur ce livret tous les 1er janvier suivants.
Ce placement est à intérêts composés au taux annuel de 3% fixe pour toute la durée du livret d'épargne.
Les intérêts sont versés tous les 1er Janvier.
On pose C_0=100.
Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1.
On note C_n le capital, exprimé en mille L.L, se trouvant sur le livret le 1er janvier au terme d'un nombre n d'années de placement. On définit ainsi une suite (C_n) telle que $C_0 = 100$.

1) a- Justifier que C_1=203, C_2 =309,09 et C_3 =418,36.
   b- La suite (C_n) peut-elle être arithmétique ? Géométrique ? Justifier la réponse.
   c- Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n.

2) a- On admet que, pout tout entier n, $C_n = 100(1+1{,}03+1{,}03^2+\ldots+1{,}03^{n})$. Retrouver C_1, C_2 et C_3.
   b- Montrer que le capital total se trouvant sur le livret de Samir le soir du 1er janvier suivant son 16ème anniversaire sera égal à 2 176 160 L.L.

Exercice VI

Le tableau suivant donne le nombre d'enseignants dans un pays européens :

Année	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre d'enseignants y_i	22 223	22 479	22 672	23 261	23 759

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;y_i)$.
2) Donner les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
3) Ecrire une équation de la droite de régression ($D_{y/x}$) de y en x et tracer cette droite dans le même repère. En déduire Le nombre d'enseignants prévisible pour l'année 2018.
4) En quelle année le nombre d'enseignants a-t-il dépassé les 25 mille ?

Exercice VII

Lors d'une enquête réalisée auprès d'élèves de classes de terminale, on apprend que 60% des élèves sont des filles. De plus, 40% des filles et 30% des garçons sont blonds.

1) On choisit un élève au hasard. On note A l'événement « l'élève choisi est blond » et F l'événement « l'élève choisi est une fille ». Quelle est la probabilité que

   a- Cet élève soit un garçon ?
   b- Cet élève soit une fille blonde ?
   c- Cet élève soit un garçon blond ?

2) Déduire des questions précédente, en le justifiant, que $P(A) = 0{,}36$.
3) L'enquête permet de savoir que :

- Parmi les élèves blonds, la moitié ont des parents blonds ;
- Parmi les élèves non blonds, 65% ont des parents non blonds.

On note B l'événement « l'élève choisi a des parents blonds ».
On notera $P(C/D)$ la probabilité de l'événement C sachant l'événement D.

   a- Calculer les probabilités $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A} \cap B)$. En déduire $P(B)$.
   b- Calculer $P(A/B)$, probabilité qu'un élève soit blond sachant que ses parents sont blonds.
   c- Calculer $P(A/\bar{B})$ probabilité qu'un élève soit blond sachant que ses parents ne sont pas blonds.
   d- Quelle remarque amène la comparaison de ces deux derniers résultats ?

Exercice VIII

A- Un distributeur d'accès à Internet a mené une enquête pour étudier l'évolution du nombre de ses abonnés de 2009 à 2015. Il a relevé dans le tableau ci-dessous l'évolution du nombre de ses abonnés en milieu urbain.

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre y_i d'abonnés en millions	0,5	3	6	8,4	12,1	15	18

1) Représenter le nuage de points A_i de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal.
2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer sur le graphique.
3) Ecrire une équation de la droite de régression de y en x, et tracer cette droite dans le même repère.
4) On suppose que le nombre d'abonnés évolue en suivant cet ajustement.
   a- Déterminer une estimation du nombre d'abonnés en 2017.
   b- Déterminer à partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera 32 millions.

B- Après une étude, le distributeur constate que le nombre d'abonnés en milieu rural correspond à une suite géométrique dont le premier terme correspondant à l'année 2009, est U_1=9 millions et la raison est q=1,8. On désigne par U_n le nombre d'abonnés de l'année de rang n .

1) a- Vérifier qu'en 2010, le nombre d'abonnés U_2 =16,2 millions.
   b- Calculer U_3 et U_4 .
   c- Exprimer U_n en fonction de n.
2) À partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera-t-il 32 millions ?
3) Dans quel milieu (rural ou urbain) les 32 millions d'abonnés seront-ils dépassés en premier ?

Exercice IX

Une enquête est réalisée dans un magasin, afin d'étudier l'évolution du nombre mensuel de clients. Au cours du premier mois, l'enquête montre que 8 000 clients sont venus faire leurs achats dans ce magasin.

On constate que, chaque mois, par rapport au mois précédent, 70% des clients restent fidèles à ce magasin et que 3 000 autres clients apparaissent.

Pour un entier naturel n non nul, on note U_n le nombre de clients venus au cours du $n^{\text{ième}}$ mois de l'enquête.

On a ainsi U_n = 8 000.
On utilise le tableur ci-dessous pour calculer les premiers termes de la suite (U_n).

	A	B	C	D
1	n	U_n	V_n	
2	1	8 000		
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			
7	6			
8	7			
9	8			
10	9			

A -

1) Calculer le nombre U_2 de clients venus dans ce magasin au cours du deuxième mois.
2) Quelle est la formule à saisir dans la cellule B_3, à recopier vers le bas, permettant de calculer les termes de la suite (U_n) ?
3) Quelle formule apparaît dans la cellule B_4, lors de la recopie ?
4) Ecrire, dans le tableau, les valeurs numériques obtenues dans les cellules B_3, et B_4.
5) a- La suite (U_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.
   b- La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse.

B-

Le gérant du magasin suppose que l'évolution du nombre mensuel de clients se poursuive suivant le modèle étudié dans la partie A. Il se demande s'il peut prévoir d'atteindre 10 000 clients par mois. Pour cela, dans la colonne C de la feuille de calcul précédente, il calcule mensuellement la différence entre cette prévision et le nombre de clients ayant fréquenté le magasin.

Pour tout entier naturel n non nul, il note (V_n) cette différence au $n^{\text{ième}}$ mois.
On a donc pour tout entier naturel n non nul : $V_n = 10000 - U_n$.

1) a- Vérifier que $V_1 = 2000$.
   b- Quelle est la formule à saisir dans la cellule C_2, à recopier vers le bas, permettant de calculer les termes de la suite (V_n) ?
   c- Vérifier que $V_2 = 1\ 400$, $V_3 = 980$ et $V_4 = 686$.

2) Dans la cellule D_3, on a saisi la formule (=C3/C2) et on l'a recopiée vers le bas.
a- Compléter les valeurs numériques obtenues dans les cellules D_3 et D_4du tableau.
b- Les trois premiers termes de la suite (V_n) sont-ils trois termes consécutifs d'une suite géométrique ? Justifier la réponse.

3) On admet désormais que (V_n) est une suite décroissante et géométrique de raison 0,7.
a- Donner l'expression de V_n en fonction de n.
b- Le gérant estime que son objectif sera atteint lorsque V_n sera inférieur à 50. En utilisant la calculatrice, déterminer à partir de combien de mois le nombre de clients satisfera cette condition.

Exercice X

Amateur de sodoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Ziad s'entraîne sur un site internet. 40 % des grilles de sodoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile.

Ziad sait qu'il réussit les grilles de sodoku de niveau facile dans 95% des cas, les grilles de sodoku de niveau moyen dans 60% des cas et les grilles de sodoku de niveau difficile dans 40% des cas.

Une grille de sodoku lui est proposée de façon aléatoire.
On considère les événements suivants :
F : "la grille est de niveau facile"
M : "la grille est de niveau moyen "
D: "la grille est de niveau difficile"
R: "Ziad réussit la grille" et $\bar{R}$ son événement contraire.
1) Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2) a- Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Ziad la réussisse.
b- Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Ziad ne la réussisse pas.
c- Montrer que la probabilité que Ziad réussisse la grille proposée est égale à 0,68.
3) Sachant que Ziad n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?
4) Ziad a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme : "Je pense que ta grille était facile".
Dans quelle mesure a-t-elle raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.

Exercice XI

Une société étudie l'évolution du salaire d'un technicien au cours des sept dernières années. Pour cela, elle relève les moyennes des salaires annuels, en millions de L.L., des techniciens. On obtient le tableau suivant :

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Salaire annuel y_i	14,5	14,9	15,1	15,4	15,7	15,9

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.
2) Donner les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
3) Calculer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur ainsi trouvée.
4) Ecrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
5) On suppose que l'évolution des salaires conserve cette tendance. Déterminer le salaire annuel prévisionnel d'un technicien en 2020 et en 2021.
6) En quelle année ce salaire dépassera-t-il les 20 millions de L.L. ?

Exercice XII

Monsieur et Madame Hajjar souhaitent emprunter 200 000 000 L.L afin d'acheter une maison. Ils étudient les propositions de deux banques pour des prêts d'une durée de 15 ans à partir du 1er janvier 2015.

➔Les mensualités de remboursement du prêt proposé par la banque « Crédit du Soleil » sont de 1 500 000 pendant la totalité de la durée du prêt.

➔Les mensualités de remboursement du prêt proposé par la banque « Caisse Azur » sont de 1 230 000 L.L la première année puis augmentent de 3% chaque année.

1) Dans cette question, on s'intéresse au prêt proposé par la banque « Crédit du Soleil ».
a- Quel est le montant total que devront verser Monsieur et Madame Hajjar à la banque « Crédit du Soleil » en 2015 s'ils souscrivent ce prêt ?
b- Au bout de 15 ans, quelle somme auront remboursée Monsieur et Madame Hajjar s'ils souscrivent ce prêt ? Cette somme est appelée valeur réelle du prêt.

2) Dans cette question, on s'intéresse au prêt proposé par la banque « Caisse Azur ».

a- Calculer le montant des mensualités que Monsieur et Madame Hajjar devront rembourser en 2016 s'ils souscrivent ce prêt.
On note U_0 le montant en mille L.L des mensualités en 2015, U_1 le montant des mensualités en 2016 et, plus généralement, U_n le montant en mille L.L des mensualités en (2015+ n), n étant un entier compris entre 0 et 14.
Ainsi : $U_0 = 1230$.
b- Donner U_1 . Calculer U_2.
c- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier votre réponse.
d- Exprimer u_n en fonction de n pour les entiers n compris entre 0 et 14.
Quel sera le montant des mensualités de Monsieur et Madame Hajjar en 2024 s'ils souscrivent le prêt proposé par la banque « Caisse Azur » ?
e-Au bout de 15 ans, quelle somme auront remboursée Monsieur et Madame Hajjar s'ils souscrivent ce prêt ?
3) Quelle est la meilleure proposition ?

Exercice XIII

Pour passer le temps, Aline et Maya inventent un jeu avec leur paquet de 32 cartes à jouer et un paquet de bonbons.
On rappelle que, dans un jeu de 32 cartes, on trouve quatre couleurs (pique, trèfle, cœur, carreau) et, dans chaque couleur, on a une série de 8 cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as).
Maya propose la règle suivante :
➔On tire une carte, on regarde si c'est un roi. Sans remettre la carte dans le paquet, on tire une seconde carte et on regarde si c'est un roi.
➔Si, sur les deux cartes, on a tiré exactement un roi, on gagne 10 bonbons ; si on a tiré deux rois, on gagne 20 bonbons ; sinon, on a perdu !
On note :
R_1 L'événement : " tirer un roi au premier tirage " et $\overline{R_1}$ son événement contraire.
R_2 L'événement : " tirer un roi au deuxième tirage "et $\overline{R_2}$ son événement contraire.
1) Traduire le jeu par un arbre pondéré.
2) Donner les valeurs des probabilités suivantes :
$P(R_1)$; $P(R_2/R_1)$; $P(R_2/\overline{R_1})$.

Dans ce qui suit, les probabilités seront données sous forme décimale arrondie au millième.
3) Calculer la probabilité des événements :
A " tirer un roi au premier tirage et au deuxième tirage "
B " tirer un roi à un seul des deux tirages "

Exercice XIV

On s'intéresse à l'évolution de la population d'une ville V et on veut étudier plusieurs modèles d'évolution. En 2015, la population de la ville V est estimée à 10000 habitants.

1) Première hypothèse de croissance.

En analysant l'évolution récente, on fait d'abord comme hypothèse que la population de la ville V va augmenter de 500 habitants par an.

On note $U_0 = 10\,000$ la population en 2015, et U_n la population en (2015 $+n$).

a- Quelle est la nature de la suite (U_n) ?

b- Exprimer U_n, en fonction de n.

c- En quelle année la population atteindra-t-elle 20 000 habitants ?

2) On travaille avec l'hypothèse d'une augmentation de 4,7% par an.

On note V_n la population en (2015 + n). Nous avons alors $V_0 = 10\,000$.

a- Quelle sera alors la population en 2016 ? En 2017 ?

b- Quelle est la nature de la suite (V_n) ? Exprimer V_n en fonction de n.

c- Calculer la population de la ville en 2030.

3) En examinant l'évolution de villes comparables, des experts ont estimé que la population de la ville V considérée allait doubler en 15 ans. Le résultat trouvé en 2)c- vous paraît-il correspondre à ce que pensaient les experts ?

Exercice XV

Un enfant joue avec 20 billes : 13 rouges et 7 vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boîte cubique et 3 rouges et 4 vertes dans une boîte cylindrique.

1) Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.
   a- Déterminer la loi de probabilité de X.
   b- Calculer l'espérance mathématique de X.

2) Un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boîte choisie.
   On considère les événements suivants :
   C_1 : "L'enfant choisit la boîte cubique"
   C_2 : "L'enfant choisit la boîte cylindrique"
   R : "L'enfant prend une bille rouge"

V : "L'enfant prend une bille verte"

a- Représenter par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.

b- Calculer la probabilité de l'événement R.

c- Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique ?

Exercice XVI

Le tableau suivant recense, par clinique, le nombre de postes de personnel non médical en fonction du nombre de lits de la clinique :

Clinique	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}
Nombre de lits x_i	122	177	77	135	109	88	185	128	120	146	100
Nombre de postes y_i	205	249	114	178	127	122	242	170	164	188	172

1) Construire le nuage de points M_i $(x_i\ ;\ y_i)$ correspondant à cette série statistique.

2) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r. Interpréter le résultat.

4) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x. Tracer la droite sur le graphique.

5) Une clinique possède 125 lits. En utilisant les résultats de la question 4), à combien peut-on estimer le nombre de postes de personnel non médical ? Illustrer sur le graphique.

Exercice XVII

Lors d'un concours de karaoké, le public, composé de 450 jeunes, dont 150 garçons, a voté pour l'un des trois finalistes, Saly, Daly et Taly.

Les voix sont réparties de la façon suivante :

➔45 garçons ont voté pour Saly

➔35% des filles ont voté pour Daly.

➔Parmi les 165 jeunes qui ont voté pour Taly, il y a 20% de garçons.

1) Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Saly	**Daly**	**Taly**	**Total**
Garçons				
Filles				
Total		177		450

2) On choisit au hasard un jeune du public. On suppose que tous les choix sont équiprobables et on considère les événements suivants :
A : " le jeune choisi est un garçon "
B : " le jeune choisi a voté pour Taly "

a- Calculer les probabilités P(A) et P(B).
b- Définir par une phrase les événements suivants : A∪B et A∩B.
c- Calculer P (A∩B), en déduire P (A∪B).

3) Toute personne ayant voté pour le gagnant gagne 2 billets de cinéma. On choisit au hasard 3 jeunes du public, et on désigne par X la variable aléatoire correspondante au nombre de billets de cinéma gagné par l'ensemble des 3 jeunes. Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique $E(X)$.

Exercice XVIII

Monsieur Hajjar pense à acheter un frigidaire à 3 000 000 L.L.
Le prix de revente y_i, exprimé en mille L.L, est donné en fonction du nombre x_i d'années d'utilisation par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	3000	2400	1920	1536	1229	983

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique (x_i ; y_i).
2) Donner les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
3) Calculer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur ainsi trouvée.
4) Ecrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
5) Mr. Hajjar décide de ne plus acheter le frigidaire et dépose la somme de 3 000 000 dans une banque à 6% d'intérêts composés annuel.

a- Quelle somme aura-t-il dans trois ans ?
b- Quelle somme d'argent a-t-il ainsi bénéficié ?

Exercice XIX

En 2010, Monsieur Ibrahim a fait sa première déclaration d'impôts sur le revenu. Il a déclaré un revenu annuel de 90 000 000 L.L, l'impôt correspondant s'est élevé à 8 000 000 L.L et son revenu après impôt a donc été de 82 000 000 L.L.

Chacune des quatre années suivantes, son revenu annuel a augmenté de 2% et l'impôt correspondant a augmenté de 3%.

Monsieur Ibrahim souhaite étudier ce qu'il adviendra de son revenu après paiement de l'impôt si l'évolution constatée se poursuivait.

Dans ce but, on suppose que l'évolution constatée se poursuit et, pour tout entier n positif ou nul, on note: R_n le montant, exprimé en mille L.L, du revenu annuel de Monsieur Ibrahim en l'an (2010+ n), I_n le montant, exprimé en mille L.L, de l'impôt correspondant, $U_n = R_n - I_n$, le revenu après impôt.

On a donc: $R_0 = 90\,000$, $I_0 = 8\,000$, $U_0 = 82\,000$.

1) Calculer $R_1, I_1, U_1, R_2, I_2, U_2$.
2) Montrer que, pour tout entier positif n, on a : $R_n = 90000 \times (1.02)^n$ et $I_n = 8000 \times (1.03)^n$.
3) Montrer que, pour tout entier positif n, $U_{n+1} - U_n = 1800 \times (1.02)^n - 240 \times (1.03)^n$.
4) Montrer que $U_{n+1} < U_n$ si et seulement si $\ln\left(\frac{15}{2}\right) < n \ln\left(\frac{1,03}{1,02}\right)$.
5) Déterminer les entiers positifs n qui vérifient $\ln\left(\frac{15}{2}\right) < n \ln\left(\frac{1,03}{1,02}\right)$.
6) Si l'évolution que Monsieur Ibrahim a constatée concernant son revenu et l'impôt correspondant se poursuit, Monsieur Ibrahim verra-t-il son revenu après impôt diminuer?

Exercice XX

On dispose d'un dé cubique équilibré dont une face porte le numéro 1, deux faces portent le numéro 2 et trois faces portent le numéro 3. On dispose également d'une urne contenant dix boules indiscernables au toucher, portant les lettres L,O,G,A,R,I,T,H,M,E (soit quatre voyelles et six consonnes).

Un joueur fait une partie en deux étapes :

Première étape : il jette le dé et note le numéro obtenu.

Deuxième étape :

- Si le dé indique 1, il tire au hasard une boule de l'urne. Il gagne la partie si cette boule porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- Si le dé indique 2, il tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces boules porte une voyelle et il perd dans les cas contraires.

- Si le dé indique 3, il tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces trois boules porte une voyelle et il perd dans les cas contraires.

À la fin de chaque partie, il remet dans l'urne la ou (les) boules tirée(s).

On définit les événements suivants :

D_1 : "Le dé indique 1"

D_2 : "Le dé indique 2"

D_3 : "Le dé indique 3"

G : "la partie est gagnée"

A et B étant deux événements tels que P(A)$\neq$ 0, on note P(B/A) la probabilité de B sachant que A est réalisé.

1) a- Déterminer les probabilités (G/D_1), $P(G/D_2)$, et $P(G/D_3)$.

   b- Montrer alors que $P(\mathrm{G}) = \frac{23}{180}$.

2) Un joueur a gagné la partie. Calculer la probabilité qu'il ait obtenu le numéro 1 avec le dé.

3) Un joueur fait trois parties. Calculer la probabilité qu'il en gagne exactement deux et en donner une valeur arrondie à 10^{-3} près.

Exercice XXI

Monsieur et Madame Hajjar envisagent de louer un appartement pendant quelques années. Le propriétaire leur propose deux types de contrat à partir du 1er janvier 2015 :

- **Proposition 1 :** au 1er janvier 2015, le montant du loyer mensuel est de 400 mille L.L. Ce loyer mensuel reste inchangé durant l'année 2015 et subira une augmentation de 18 mille L.L au 1er janvier de chacune des années suivantes ;
- **Proposition 2 :** au 1er janvier 2015, le montant mensuel est de 400 mille L.L. Ce loyer mensuel reste inchangé durant l'année 2007 et subira une augmentation de 4% au 1er janvier de chacune des années suivantes.

1) **<u>Etude de la proposition 1</u> :**

Monsieur et Madame Hajjar décident de noter U_n le montant en mille L.L du loyer mensuel qui leur sera demandé durant l'année (2015+ n), où n désigne un entier naturel. Ainsi, U_0=400.

a- Calculer U_1 et U_2.

b- Quelle est la nature de la suite (U_n) ?

c- Exprimer U_n en fonction de n.

d- Quel sera le montant du loyer mensuel en 2028 avec la proposition 1 ?

2) **<u>Etude de la proposition 2</u> :**

Monsieur et Madame Hajjar décident de noter V_n le montant en mille L.L du loyer mensuel qui leur sera demandé durant l'année (2015+ n), où n désigne un entier naturel. Ainsi, V_0=400.

a- Calculer V_1 et V_2.
b- Justifier que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
c- Exprimer V_n en fonction de n.
d- Quel sera le montant du loyer mensuel en 2028 avec la proposition 2 ?

3) Monsieur et Madame Hajjar projettent de louer l'appartement pendant 5 ans à partir du premier janvier 2015. Quelle proposition de contrat ont-ils intérêt à choisir ?

4) À partir de combien d'années complètes de location (commençant par le 1er janvier 2015), la proposition 1 est-elle plus avantageuse que la proposition 2 ?

Exercice XXII

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'étudiants d'une grande école ayant une tablette à domicile.

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i	160	235	345	510	760	1160

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ; y_i)$.
2) Donner les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
3) Calculer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur ainsi trouvée.
4) Ecrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
5) Déduire une estimation du nombre d'étudiants possédant une tablette pour l'année 2017.

Exercice XXIII

Au niveau de la mer (altitude 0m), la pression atmosphérique est 1013 hectopascals.

Dans cet exercice, on admet que la pression atmosphérique diminue de 1,25$\%$ à chaque élévation de 100 m.

Pour tout entier naturel n, on note P_n la pression, exprimée en hectopascal, à l'altitude $100 \times n$, exprimée en mètres.

Soit (P_n) la suite numérique des valeurs prises par cette pression atmosphérique. On a alors $P_0 = 1013$.

1) Calculer les pressions P_1 et P_2, arrondies à l'unité, aux hauteurs 100m et 200m.
2) a- Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.
   b- En déduire la nature de la suite (P_n). Préciser sa raison et son premier terme.
   c- En déduire que, pour tout entier naturel n, $P_n = 1013 \times (0.9875)^n$.
3) Calculer la pression atmosphérique, arrondie à l'unité, à l'altitude 3200m.
4) Calculer à partir de quelle altitude, à 100 m près, la pression atmosphérique devient inférieure à 600 hectopascals.

Exercice XXIV

Un jeu consiste à tirer au hasard une pomme dans un panier PAN1 où il y a 5 pommes jaunes et 4 rouges. Si la couleur est jaune, le joueur a perdu. Sinon, il tire au hasard dans un second panier PAN2 où il y a 2 pommes rouges et 7 vertes. Si cette pomme est rouge, il gagne 1000L.L., sinon, sans remettre la pomme, il effectue un second tirage dans PAN2. Si la pomme est rouge, il gagne 500L.L., sinon il a perdu.

A- Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un joueur joue à une partie. On appelle :
E l'évènement :"le joueur gagne 1000L.L."
F l'évènement : "le joueur gagne 500L.L."

1) Construire un arbre représentatif d'une partie du jeu.
2) Quelle est la probabilité de perdre une partie au premier tirage ?
3) Calculer les probabilités des évènements E et F.
4) Montrer que la probabilité qu'un joueur perde est $\frac{22}{27}$.

Exercice XXV

Un capital investit à intérêt simple à un taux annuel de 6% pour une durée « n » mois produit une valeur acquise à la fin de la durée « n » égale à 10.250 $. Ce même capital placé à intérêt simple aussi à un taux annuel de 8% et pour une durée de 2 mois en moins de la durée « n », produira un intérêt égal à $200$$.
Calculer la valeur du capital investit « C » et la durée « n ».

Exercice XXVI

Une personne décide de placer sur un livret d'épargne et ceci tous les ans, la somme de 10 000 000 L.L.
Ce livret d'épargne rapporte 8% d'intérêts composés par an.
Le premier dépôt sur le livret est effectué le 1er janvier 2016.

Les intérêts sont versés sur le livret le 31 décembre de l'année en cours. (Les premiers intérêts sont versés le 31 décembre 2016).
On appelle C_n le capital disponible en L.L, au 1er janvier de l'année (2016+ n). Ainsi, C_0 = 10 000 000 L.L.

1) Calculer C_1 et C_2.
2) Montrer que la suite (V_n) définie par : $V_n = C_n + 125\ 000\ 000$ est une suite géométrique. Quelle est sa raison? Donner l'expression de V_n en fonction de n puis celle de C_n en fonction de n.
3) Quel sera le capital disponible sur le livret au 1er janvier 2027 ? (résultat arrondi à l'entier le plus proche).

Exercice XXVII

Deux capitaux sont placés pendant 4 ans, le premier à intérêt simple au taux de $5{,}5\%$ et le second à intérêt composé au taux de $4\ \%$. Le premier capital étant supérieur au second de $500\ \$$, a acquis la même valeur que celle du second capital.
Calculer les montants des deux capitaux et leurs intérêts correspondants.

Exercice XXVIII

Un couturier achète du tissu de soie dans deux magasins différents. Le premier magasin lui propose un prix de 52 mille L.L. le m^2. L'autre magasin, en raison des frais occasionnés, vend les $x(\ m^2)$ à $g(x) = x^3 - 18x^2 + 108x$.

A – Etude de la fonction $g(x)$ sur $[0\ ; +\infty[$.

On appelle $(\mathcal{G})$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$.

1) Déterminer la limite de g en $+\infty$.
2) Montrer que $g'(6) = 0$.
3) Chercher l'équation de la tangente à $(\mathcal{G})$ au point d'abscisse 6.
   Dresser le tableau de variation de g et tracer $(\mathcal{G})$.

B –Application économique.

Soit $f(x)$ le prix de vente proposé par le premier magasin pour $x\ (m^2)$ de tissu. Pour comparer les prix des deux magasins, on considère la fonction $h(x) = g(x) - f(x)$.

1) Exprimer $h(x)$ en fonction de x.
2) Etudier le signe de h sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
3) Déterminer l'intervalle (ou les intervalles) de tissu pour le(s)quel(s) il est plus économique pour le couturier de s'approvisionner au premier magasin.

Exercice XXIX

1) Calculer la valeur acquise par **18 mensualités** de $500\ \$$ chacune sachant que le **taux trimestriel** d'intérêt est de 4%. **En déduire la valeur actuelle** de cette suite.
2) Soit une suite de **n annuités** constantes de $12\,000\ \$$ chacune, capitalisées à un **taux annuel** égal à 8%. Sachant que la valeur acquise est de $360\,000\ \$$, calculer n.
3) Une suite de **10 semestrialités** constantes a une valeur à l'origine de $50\,000\ \$$. Sachant que **le taux annuel** d'escompte est de 11%, calculer le montant d'une semestrialité.
4) Calculer **à la date du 10 juin 2011** la valeur d'une suite d'annuités de $10\,000\ \$$ chacune. La date du premier versement est 10 juin 2013 et la date du dernier versement est 10 juin 2028. Le taux d'intérêt est annuel et vaut 10%.

Exercice XXX

Un artisan qui fabrique des petits meubles fait une étude sur une production comprise entre 0 et 60 objets. Le coût de production, en mille L.L., de x meubles fabriqués est donné par : $C(x) = x^2 + 50x + 900$ pour tout $x \in [0; 60]$.

1) a- Calculer $C(0)$; en déduire les frais fixes de l'artisan.

b- Quel est le coût de production de 30 meubles ?

c- Quel est le coût de production par meuble, lorsque l'artisan fabrique 30 meubles ?

d- Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen pour x meubles fabriqués. Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour $x \neq 0$. Déduire $f(30)$.

2) Soit $f(x) = x + 50 + \frac{900}{x}$ sur l'intervalle $]0;\ 60]$.

d- Vérifier que $f'(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.

e- Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]0;\ 60]$.

f- Tracer la courbe représentative (C) de f dans le plan muni d'un repère orthogonal

3) Quel nombre de meubles doit fabriquer l'artisan pour que le coût unitaire moyen soit minimal ? Indiquer ce coût.

4) Chaque meuble est vendu à 115 mille L.L.

f- Construire la droite (D) d'équation $y = 115$ sur le même graphique de (C).

g- Déterminer les coordonnées des points d'intersections de la courbe (C) et la droite (D). En déduire l'intervalle de production pour lequel l'artisan réalise un bénéfice.

h- Exprimer en fonction de x, la recette $R(x)$ produite par la vente de x meubles.

i- Déduire l'expression du bénéfice réalisé par la vente de x meubles.

j- Calculer $B(20)$, $B(30)$ et $B(45)$. Les résultats sont-ils en accord avec les conclusions de la question 4) b -?